PART2　素因数分解と約数

例題

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{312n}$　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$

(2)　24 の正の約数の個数と総和を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{2520n}$　　　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{1188}{n}}$

(2)　1350 の正の約数の個数と総和を求めよ。

第 8 講　PART2　確認問題

1 $\sqrt{540n}$ が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

$n =$ [アイ]

2 $\sqrt{\dfrac{936}{n}}$ が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

$n =$ [ウエ]

3 792 の正の約数の個数は [オカ] 個，総和は [キクケコ] である。

PART2　素因数分解と約数

例題

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{312n}$　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$

(2)　24 の正の約数の個数と総和を求めよ。

(1)(i)　$\sqrt{312n}$ が自然数になるのは，$312n$ が平方数のときである。

$312=2^3\cdot3\cdot13$ より，求める最小の自然数は $n=2\cdot3\cdot13=78$

(ii)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$ が自然数になるのは，$\dfrac{504}{n}$ が平方数のときである。

$504=2^3\cdot3^2\cdot7$ より，求める最小の自然数は $n=2\cdot7=14$

(2)　$24=2^3\cdot3$ より，正の約数の個数は $(3+1)(1+1)=4\cdot2=8$（個）

正の約数の総和は $(1+2+2^2+2^3)(1+3)=15\cdot4=60$

練習

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{2520n}$　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{1188}{n}}$

(2)　1350 の正の約数の個数と総和を求めよ。

(1)(i)　$\sqrt{2520n}$ が自然数になるのは，$2520n$ が平方数のときである。

$2520=2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7$ より，求める最小の自然数は $n=2\cdot5\cdot7=70$

(ii)　$\sqrt{\dfrac{1188}{n}}$ が自然数になるのは，$\dfrac{1188}{n}$ が平方数のときである。

$1188=2^2\cdot3^3\cdot11$ より，求める最小の自然数は $n=3\cdot11=33$

(2)　$1350=2\cdot3^3\cdot5^2$ より，正の約数の個数は $(1+1)(3+1)(2+1)=2\cdot4\cdot3=24$（個）

正の約数の総和は $(1+2)(1+3+3^2+3^3)(1+5+5^2)=3\cdot40\cdot31=3720$

第 8 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：15

[解説]

$\sqrt{540n}$ が自然数になるのは，$540n$ が平方数のときである。 [A]

$540=2^2\cdot3^3\cdot5$ より，求める最小の自然数は

$n=3\cdot5=\mathbf{15}$

[A]　ある整数 N が平方数（ある整数の 2 乗で表される数）になるのは，N のすべての素因数が偶数個のときである。

2

[正解] ウエ：26

[解説]

$\sqrt{\dfrac{936}{n}}$ が自然数になるのは，$\dfrac{936}{n}$ が平方数のときである。 [B]

$936=2^3\cdot3^2\cdot13$ より，求める最小の自然数は

$n=2\cdot13=\mathbf{26}$

[B]　ある整数 N が平方数（ある整数の 2 乗で表される数）になるのは，N のすべての素因数が偶数個のときである。

3

[正解] オカ：24，キクケコ：2340

[解説]

$792=2^3\cdot3^2\cdot11$ より，正の約数の個数は [C]

$(3+1)(2+1)(1+1)=4\cdot3\cdot2=\mathbf{24}$ **(個)**

正の約数の総和は [C]

$(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+11)$

$=15\cdot13\cdot12=\mathbf{2340}$

[C]　ある自然数 N が $N=p^aq^br^c\cdots\cdots$ と素因数分解されるとき，N の正の約数の

個数は　$(a+1)(b+1)(c+1)\cdots\cdots$

総和は

$(1+p+p^2+\cdots\cdots+p^a)$

$\times(1+q+q^2+\cdots\cdots+q^b)$

$\times(1+r+r^2+\cdots\cdots+r^c)\cdots\cdots$